

**PENERAPAN TEORI ANTRIAN PADA
PT. BANK RAKYAT INDONESIA (PERSERO) TBK
(STUDI KASUS: KANTOR LAYANAN CERENTI)**

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Jurusan Matematika

Oleh :

DIAN PERTAMA SARI
10754000216



UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2013**

**PENERAPAN TEORI ANTRIAN PADA
PT. BANK RAKYAT INDONESIA (PERSERO) TBK
(STUDI KASUS: KANTOR LAYANAN CERENTI)**

**DIAN PERTAMA SARI
10754000216**

Tanggal Sidang : 30 Mei 2013
Tanggal Wisuda : November 2013

Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRAK

Teori antrian adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seseorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu baris (antrian), jika selesai dilayani dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut. Penelitian ini, mengaplikasikan teori antrian pada PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti. Setelah pengambilan data, maka dilakukan pengukuran *steady state* dan pengujian hipotesis. Parameter sistem antrian yang diukur adalah ekspektasi kecepatan kedatangan, ekspektasi kecepatan pelayanan, peluang masa sibuk, ekspektasi panjang antrian, ekspektasi dalam sistem, ekspektasi menunggu dalam sistem, ekspektasi menunggu dalam antrian, ekspektasi waktu pelayanan. Selanjutnya didapatkan data kedatangan berdistribusi secara poisson dan pelayanan berdistribusi secara eksponen, disiplin antrian yaitu *First In First Out (FIFO)*, struktur antrian yang digunakan adalah *Multi Channel –Single Phase*. Sehingga model antrian yang didapat adalah $(M/M/2)$: $(FIFO/\sim/\sim)$.

Kata kunci: *First in first out, multi channel- single phase*, teori antrian

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil' alamin, puji syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT, atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul **“PENERAPAN TEORI ANTRIAN PADA PT. BANK RAKYAT INDONESIA (PERSERO) TBK (STUDI KASUS: KANTOR LAYANAN CERENTI)”**. Penulisan tugas akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Strata 1 (S1) di UIN Suska Riau. Shalawat beserta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, mudah-mudahan kita semua selalu mendapat syafa'at dan dalam lindungan Allah SWT amin.

Penyusunan dan penyelesaian tugas akhir ini, penulis tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua tercinta ayahanda dan ibunda yang tidak pernah lelah dalam mencurahkan kasih sayang, perhatian, do'a dan dukungan untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Selanjutnya ucapan terimakasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. H. M. Nazir selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Ibu Dra. Hj. Yenita Morena, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Drs. Abu Anwar, M.Ag selaku Pembantu Dekan II Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, sekaligus sebagai Ketua Sidang yang telah banyak membantu, memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.
4. Ibu Sri Basriati, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, sekaligus sebagai Penguji I yang telah banyak membantu, memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.

5. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc selaku Pembimbing yang telah banyak membantu, mengarahkan, mendukung, dan membimbing penulis dengan penuh kesabarannya dalam penulisan tugas akhir ini.
6. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku Penguji II yang telah banyak membantu, memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.
7. Semua dosen-dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan dukungan serta saran dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
8. Dan semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Dalam penyusunan tugas akhir ini penulis telah berusaha semaksimal mungkin. Walaupun demikian tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam penyajian materi. Untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan tugas akhir ini.

Pekanbaru, 30 Mei 2013

Dian Pertama Sari

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
DAFTAR TABEL.....	xiv
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xvi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang Masalah.....	I-1
1.2 Rumusan Masalah	I-2
1.3 Batasan Masalah	I-2
1.4 Tujuan Penelitian	I-3
1.5 Manfaat Penelitian	I-3
1.6 Sistematika Penulisan	I-3
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Teori Antrian.....	II-1
2.2 Sistem Antrian.....	II-1
2.3 Disiplin Antrian.....	II-14
2.4 Model Struktur Antrian	II-14
2.5 Model Antrian	II-16

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Metode Penelitian.....	III-1
3.2 Prosedur Pembentukan Model Antrian	III-1

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Pengumpulan Data	IV-1
4.2 Pembentukan Model Antrian	IV-2
4.2.1 Pengukuran <i>Steady State</i>	IV-2
4.2.2 Pengujian Hipotesis	IV-4
4.3 Analisis Hasil Penelitian (Menentukan Ukuran Kinerja Sistem Antrian).....	IV-17

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan	V-1
5.2 Saran.....	V-2

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Antrian merupakan suatu persoalan yang sering terjadi/ditemui pada industri jasa. Antrian terjadi disebabkan oleh kebutuhan layanan melebihi kemampuan pelayanan atau fasilitas pelayanan, akibatnya pelanggan yang datang tidak segera mendapat pelayanan. Sehingga terjadi situasi dimana pelanggan harus antri dan menunggu untuk mendapatkan suatu pelayanan. Fenomena menunggu atau antrian ini merupakan hasil langsung dari keacakan dalam operasi sarana pelayanan. Secara umum, kedatangan pelanggan tidak diketahui sebelumnya, karena jika dapat diketahui sebelumnya, pengoperasian sarana tersebut dapat dijadwalkan sedemikian rupa sehingga akan sepenuhnya menghilangkan keharusan untuk menunggu (Hamdy Toha, 1997).

Teori tentang antrian pertama kali ditemukan dan dikembangkan oleh A.K Erlang (1913) yang mempelajari fluktuasi permintaan telepon dan keterlambatan pelayanannya. Menurut Hamdy Toha (1997), proses antrian adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan kemudian menunggu dalam baris antrian jika belum dapat dilayani, kemudian dilayani, dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut setelah dilayani. Suatu sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan, dan suatu aturan yang mengatur kedatangan para pelanggan dan pelayanan kepada pelanggan.

Teori antrian pada dasarnya telah banyak dibahas dalam beberapa jurnal atau penelitian, diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Sugito dan Marissa Fauzia yang membahas tentang penerapan teori antrian pada sistem antrian kereta api. Selanjutnya penelitian oleh Nilawaty Yusuf yang menerapkan model antrian pada antrian di PT. Bank Negara Indonesia.

Saat ini analisis antrian banyak diterapkan di bidang bisnis (bank, supermarket), industri (pelayanan mesin otomatis), transportasi (pelabuhan udara, pelabuhan laut, jasa-jasa pos) dan lain-lain. Antrian yang sering terjadi salah satunya di bidang jasa keuangan yaitu pelayanan *teller* di Bank terhadap nasabah.

Antrian terjadi disebabkan oleh kebutuhan nasabah yang ingin dilayani melebihi kemampuan *teller*, akibatnya pelanggan yang datang tidak segera mendapat pelayanan, sehingga terjadi situasi yaitu nasabah harus antri dan menunggu untuk mendapatkan suatu pelayanan.

PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk merupakan salah satu lembaga perbankan yang mempunyai peranan sangat penting dalam meningkatkan taraf kehidupan masyarakat hingga kepada lapisan masyarakat golongan menengah ke bawah. PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk juga memberikan pelayanan dalam hal menabung atau pengambilan tabungan sehingga kesibukan yang dialami *teller* meningkat. Kemampuan *teller* yang terbatas, menyebabkan nasabah baik ingin menabung ataupun mengambil uangnya tidak dapat dilayani secara optimal dan cepat hingga menimbulkan banyaknya antrian pada teller Bank.

Berdasarkan uraian di atas, dengan menyadari arti pentingnya pelayanan yang lebih baik kepada pelanggan atau nasabah maka perlu adanya perbaikan kinerja dari proses pelayanan yang mempunyai sifat ketidakpastian tersebut. Sehingga hal tersebut melatar belakangi penulis mengangkat permasalahan ini sebagai judul tugas akhir, yaitu **“Penerapan Teori Antrian pada PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (Studi Kasus: Kantor Layanan Cerenti)”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana penerapan teori antrian untuk menentukan model antrian dan ukuran kinerja system antrian pada PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti.

1.3 Batasan Masalah

Agar sesuai dengan rumusan masalah, dan tujuan penelitian dapat dicapai secara maksimal dan tepat pada sasaran, maka diperlukan adanya pembatasan masalah penelitian. Batasan masalah yang diambil yaitu:

1. Data yang digunakan khusus data antrian pada *teller*.
2. Waktu pelaksanaan pengambilan data pada pukul 09.00 s/d 11.00 WIB.

3. Model antrian yang digunakan adalah model antrian jalur berganda satu tahap (*multi channel-single phase*).

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah untuk menentukan model antrian dan ukuran kinerja sistem antrian pada PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui pola kedatangan dan pola pelayanan yang terjadi di PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti.
2. Mengetahui model antrian yang tepat yang dapat digunakan untuk mengoptimalkan pelayanan di PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti.
3. Mengetahui solusi untuk meminimalkan waktu tunggu pelanggan dan meningkatkan kualitas pelayanan.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini terdiri dari beberapa bab yang memberikan gambaran secara menyeluruh terhadap penelitian yang dilakukan, yaitu :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisikan dasar-dasar penulisan dalam tugas akhir seperti latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan tentang definisi dan teori-teori dasar antrian yang akan dijadikan acuan dalam menyelesaikan permasalahan yang diteliti.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisi tentang prosedur untuk menentukan model antrian dan ukuran kinerja system antrian pada pelayanan *teller* di PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk kantor layanan Cerenti.

BAB IV PEMBAHASAN DAN HASIL

Bab ini berisi tentang hasil yang diperoleh dalam menentukan model antrian, ekspektasi kecepatan pertibaan, ekspektasi kecepatan pelayanan, peluang masa sibuk pelayanan, ekspektasi dalam sistem, ekspektasi panjang antrian, ekspektasi waktu menunggu dalam sistem, ekspektasi waktu menunggu dalam antrian, ekspektasi waktu pelayanan.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran dari seluruh pembahasan.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Teori Antrian

Menurut Richard Bronson (1991), teori antrian (*queuing theory*) adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seseorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu baris (antrian), jika selesai dilayani dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut.

2.2 Sistem Antrian

Sistem Antrian adalah kedatangan pelanggan untuk mendapatkan pelayanan, menunggu untuk dilayani jika fasilitas pelayanan (*server*) masih sibuk, mendapatkan pelayanan dan kemudian meninggalkan sistem setelah dilayani (Gross, 2001). Apabila pelanggan yang tiba dapat langsung masuk kedalam sistem pelayanan, maka pelanggan tersebut langsung dilayani, sebaliknya jika harus menunggu maka mereka harus membentuk antrian hingga tiba waktu pelanggan.

Menurut Sri Mulyono (2002) ada tiga komponen dalam sistem antrian yaitu:

2.2.1 Kedatangan

Pola kedatangan suatu sistem antrian yang merupakan suatu periode waktu antara dua kedatangan yang berturut-turut. Kedatangan dapat dipisahkan oleh interval kedatangan yang sama atau tidak sama probabilitasnya disebut kedatangan acak. Tingkat kedatangan yaitu jumlah pelanggan yang datang per satuan unit waktu. Jika kedatangan bersifat acak, harus diketahui dahulu distribusi probabilitas kedatangannya.

Menurut Sri Mulyono (2002), suatu proses kedatangan dalam suatu sistem antrian artinya menentukan distribusi probabilitas untuk jumlah kedatangan untuk suatu periode waktu. Pada umumnya, suatu proses kedatangan terjadi secara acak dan tidak dapat diprediksi kapan pelanggan akan datang, dengan kedatangan

nasabah yang datang secara tidak pasti maka probabilitas yang cocok digunakan adalah distribusi probabilitas Poisson.

Jalur yang digunakan dalam sistem antrian adalah jalur tunggal, maka terdapat satu rata-rata kedatangan dan ini juga sesuai dengan distribusi Poisson yang mempunyai satu parameter yaitu lamda (λ). Distribusi probabilitas Poisson menyediakan deskripsi yang cukup baik untuk suatu pola kedatangan. Suatu fungsi probabilitas Poisson untuk suatu kedatangan x pada suatu periode waktu adalah sebagai berikut :

$$P_x = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$E_x = \lambda$$

dengan :

$P(x)$: Peluang bahwa ada x kedatangan dalam sistem.

E_x : Rata-rata kedatangan.

λ : Laju kedatangan.

e : Bilangan Navier (2,71828).

x : Variabel acak diskrit yang menyatakan banyaknya kedatangan per interval waktu.

Uji kesesuaian Poisson dilakukan dengan uji *Chi Square* (χ^2), untuk menghitung nilai χ^2 dari data pengamatan, terlebih dahulu ditentukan berapa banyak kedatangan yang diharapkan.

H_0 = Data yang diuji mengikuti distribusi Poisson

H_1 = Data yang diuji tidak mengikuti distribusi Poisson

Untuk menentukan nilai χ^2_{hitung} maka digunakan persamaan :

$$\chi^2 = \sum \frac{(\lambda_i - \lambda_{harapan})^2}{\lambda_{harapan}}$$

$$\lambda_{harapan} = \frac{\sum \lambda_i}{k}$$

dengan :

λ_i : Frekuensi observasi i , dengan $i = 1, 2, 3, \dots n$.

λ_{harapan} : Frekuensi harapan i , dengan $i = 1, 2, 3, \dots n$.

k : Banyaknya observasi

Kriteria keputusan dilakukan dengan terima rata-rata pelayanan berdistribusi Poisson, apabila $\chi^2_{\text{hitung}} \leq \chi^2_{\text{tabel}}$ maka keputusan diterima (Siegel Siedney, 1997).

2.2.2 Antrian

Timbulnya antrian terutama tergantung dari sifat kedatangan dan proses pelayanan. Jika tidak ada antrian berarti terdapat pelayan yang menganggur atau kelebihan fasilitas pelayanan (Mulyono, 1991).

Sifat antrian lebih kepada contoh antrian yang rentangnya maksimum. Rentang antrian dapat diklasifikasikan terbatas dan tidak terbatas. Rentang antrian terbatas lebih banyak disebabkan karena keterbatasan dari ruang antrian. Untuk antrian yang tidak terbatas, akan lebih mudah untuk memasukkan probabilitas ke dalam proses analisisnya. Penentu antrian lain yang penting adalah disiplin antrian. Disiplin antrian adalah aturan keputusan yang menjelaskan cara melayani pengantri.

2.2.3 Fasilitas pelayanan

Pola pelayanan ditentukan oleh waktu pelayanan yaitu waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan pada fasilitas pelayanan. Waktu pelayanan dapat berupa waktu pelayanan konstan atau pun variabel acak yang telah diketahui probabilitasnya. Tingkat pelayanan adalah jumlah pelanggan yang dilayani per satuan waktu. Waktu pelayanan antara fasilitas pelayanan dengan fasilitas pelayanan yang lain biasanya tidak konstan.

Distribusi Probabilitas untuk waktu layanan biasanya mengikuti distribusi probabilitas Eksponensial yang formulanya dapat memberikan informasi yang

berguna mengenai operasi yang terjadi pada suatu antrian (Sri Mulyono, 2002).
 Persamaan distribusi Eksponensialnya adalah sebagai berikut :

$$f(t) = \mu e^{-\mu t}$$

$$E(t) = \frac{1}{\mu}$$

dengan :

$E(t)$: Rata-rata pelayanan

$\frac{1}{\mu}$: Rata-rata jumlah orang yang dilayani per satuan waktu

t : waktu lamanya pelayanan (unit pelayanan per unit waktu)

Uji kesesuaian Eksponensial dilakukan dengan uji *Chi Square* (χ^2), untuk menghitung nilai χ^2_{hitung} dari data pengamatan, terlebih dahulu ditentukan nilai waktu pelayanan yang diharapkan.

H_0 = Data yang diuji mengikuti distribusi Eksponensial

H_1 = Data yang diuji tidak mengikuti distribusi Eksponensial

Untuk menentukan nilai χ^2_{hitung} maka digunakan rumus :

$$\chi^2 = \sum \frac{(\mu_i - \mu_{i \text{ harapan}})^2}{\mu_{i \text{ harapan}}}$$

$$\mu_{i \text{ harapan}} = \mu_i e^{-\mu_i t}$$

dengan :

μ_i : Rata-rata waktu pelayanan pada hari i , dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$\mu_{i \text{ harapan}}$: Peluang waktu pelayanan pada hari i , dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Kriteria keputusan dilakukan dengan terima rata-rata pelayanan berdistribusi eksponensial, apabila $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ dalam hal ini keputusan diterima (Siegel Sidney, 1997). Suatu asumsi yang sangat penting dalam sistem antrian yaitu apakah sistem mencapai keadaan keseimbangan (*steady state*). Keadaan yang seimbang yaitu tingkat pelayanan (μ), harus lebih besar dari tingkat

kedatangan (λ). Jika tidak, antrian akan semakin panjang sehingga tidak ada solusi keseimbangan (Sri Mulyono, 2002).

Diantara ukuran kinerja sistem antrian yaitu :

- a. Menentukan Peluang Masa Sibuk (ρ)

Peluang masa sibuk adalah hasil bagi antara laju kedatangan dengan laju pelayanan. Semakin besar peluang masa sibuk maka semakin panjang antrian dan sebaliknya (Suyadi Prawirosentono, 2005).

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

dengan :

ρ : Peluang masa sibuk

μ : Laju pelayanan

Menentukan ekspektasi dalam sistem antrian diperlukan peluang (P_n) untuk seluruh n yang terjadi, maka digunakan distribusi Poisson untuk menentukan nilai peluang(P_n) tersebut.

Distribusi Poisson untuk kedatangan n nasabah selama interval waktu t dapat ditulis sebagai berikut :

$$P_n = \frac{(\lambda \Delta t)^n e^{-\lambda \Delta t}}{n!}$$

untuk $n = 0$ artinya tidak ada nasabah yang datang, maka :

$$\begin{aligned} P_0 &= e^{-\lambda \Delta t} \\ &= 1 - \lambda \Delta t + \frac{(\lambda \Delta t)^2}{2!} + \dots \\ &= 1 - \lambda \Delta t + O \Delta t^2 \\ P_0 &\approx 1 - \lambda \Delta t \end{aligned}$$

untuk $n = 1$ artinya ada satu nasabah yang datang, maka :

$$P_1 = e^{-\lambda \Delta t} \lambda \Delta t$$

$$\begin{aligned}
&= \lambda \Delta t \left(1 - \lambda \Delta t + \frac{(\lambda \Delta t)^2}{2!} + \dots \right) \\
&= \lambda \Delta t - (\lambda \Delta t)^2 + \frac{(\lambda \Delta t)^2}{2!} \\
&= \lambda \Delta t - O(\Delta t^2) \\
P_1 &\approx \lambda \Delta t
\end{aligned}$$

Distribusi Poisson untuk pelayanan n nasabah yang selesai dilayani adalah sebagai berikut:

$$P_n = \frac{(\mu \Delta t)^n e^{-\mu \Delta t}}{n!}$$

untuk $n = 0$ artinya tidak ada nasabah yang selesai dilayani, maka :

$$\begin{aligned}
P_0 &= e^{-\mu \Delta t} \\
&= 1 - \mu \Delta t + \frac{(\mu \Delta t)^2}{2!} + \dots \\
&= 1 - \mu \Delta t + O(\Delta t^2) \\
P_0 &\approx 1 - \mu \Delta t
\end{aligned}$$

untuk $n = 1$ artinya ada satu nasabah yang selesai dilayani, maka :

$$\begin{aligned}
P_1 &= e^{-\mu \Delta t} \mu \Delta t \\
&= \mu \Delta t \left(1 - \mu \Delta t + \frac{(\mu \Delta t)^2}{2!} + \dots \right) \\
&= \mu \Delta t - (\mu \Delta t)^2 + \frac{(\mu \Delta t)^2}{2!} \\
&= \mu \Delta t - O(\Delta t^2) \\
P_1 &\approx \mu \Delta t
\end{aligned}$$

dengan :

n : Jumlah nasabah yang perlu dilayani pada saat t .

$P_n(t)$: Kemungkinan adanya n nasabah yang perlu dilayani dalam system pada saat t .

$\lambda \Delta t$: Kemungkinan adanya satu nasabah yang memasuki sistem untuk dilayani pada saat t .

$\mu \Delta t$: Kemungkinan adanya satu nasabah yang selesai dilayani pada saat t .

$1 - \lambda \Delta t$: Kemungkinan tidak adanya nasabah yang memasuki sistem pada saat t .

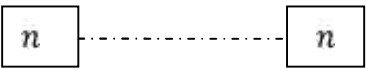
$1 - \mu \Delta t$: Kemungkinan tidak adanya nasabah yang dilayani pada waktu t .

Menurut Simarmata (1985) ada 4 (empat) kemungkinan adanya n nasabah dalam sistem pada saat $t + \Delta t$ dapat diturunkan sebagai berikut :

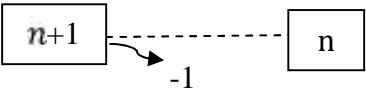
1. Adanya n nasabah dalam sistem, tidak ada yang datang antara interval t dan $t + \Delta t$, tidak ada yang selesai diservis pada interval yang bersangkutan.
2. Ada $n + 1$ nasabah dalam sistem pada saat t , tidak ada yang datang nasabah tetapi selesai satu nasabah yang dilayani antara interval $t + \Delta t$.
3. Ada $n - 1$ nasabah dalam sistem pada saat t , datang satu nasabah dan tidak ada nasabah yang selesai dilayani pada interval $t + \Delta t$.
4. Ada n nasabah dalam sistem pada saat t , datang satu nasabah tetapi selesai pula satu nasabah yang dilayani antara interval $t + \Delta t$.

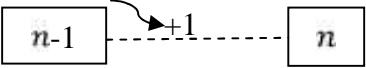
Hal-hal di atas dapat diturunkan dalam gambar sebagai berikut :

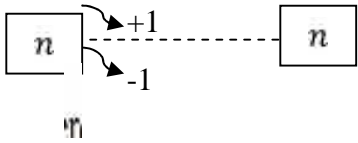
$\underline{\quad t \qquad \qquad \qquad t + \Delta t \quad}$

1.  tidak ada yang datang dan pergi nasabah dalam interval t dan $t + \Delta t$,

$$(1 - \lambda \Delta t)(1 - \mu \Delta t) \quad (2.1)$$

2.  selesai satu nasabah yang telah dilayani $(1 - \lambda \Delta t)(\mu \Delta t)$. (2.2)

3.  datang satu nasabah yang akan dilayani $(\lambda \Delta t)(1 - \mu \Delta t)$. (2.3)

4.  datang satu nasabah dan pergi satu nasabah dalam sistem antrian, $(\lambda\Delta t)$ $(\mu\Delta t)$. (2.4)

Berdasarkan Persamaan (2.1) sampai dengan (2.4) kita dapat memperoleh peluang P_n untuk n pelanggan ($n \geq 0$).

$$\begin{aligned}
 P_n(t + \Delta t) &= P_{n-1}(t) \lambda \Delta t (1 - \mu \Delta t) + P_n(t) (1 - \mu \Delta t) (1 - \lambda \Delta t) + \\
 &\quad P_n(t) \lambda \Delta t \mu \Delta t + P_{n+1}(t) (1 - \lambda \Delta t) \mu \Delta t \quad (2.5) \\
 &= \lambda \Delta t P_{n-1}(t) - \lambda \Delta t \mu \Delta t P_{n-1}(t) \\
 &\quad + (1 - \mu \Delta t - \lambda \Delta t + \mu \Delta t \lambda \Delta t) P_n(t) + \lambda \Delta t \mu \Delta t P_n(t) \\
 &\quad + \mu \Delta t P_{n+1}(t) - \lambda \Delta t \mu \Delta t P_{n+1}(t)
 \end{aligned}$$

Bila Δt adalah dalam order kecil, maka Δt^2 sangat kecil sehingga dapat diabaikan, maka:

$$\begin{aligned}
 P_n(t + \Delta t) &= \lambda \Delta t P_{n-1}(t) - 0 + P_n(t) - \mu \Delta t P_n(t) - \lambda \Delta t P_n(t) + 0 \\
 &\quad + 0 + \mu \Delta t P_{n+1}(t) - 0 \\
 &= \lambda \Delta t P_{n-1}(t) + P_n(t) - \mu \Delta t P_n(t) - \lambda \Delta t P_n(t) \\
 &\quad + \mu \Delta t P_{n+1}(t)
 \end{aligned}$$

$$P_n(t + \Delta t) - P_n(t) = \Delta t (\lambda P_{n-1}(t) - \mu P_n(t) - \lambda P_n(t) + \mu P_{n+1}(t))$$

$$\frac{P_n(t + \Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = \lambda P_{n-1}(t) - \mu P_n(t) - \lambda P_n(t) + \mu P_{n+1}(t)$$

Untuk $\Delta t \rightarrow 0$ maka :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_n(t + \Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = 0 \text{ atau } \frac{\partial P_n(t)}{\partial t} = 0$$

Sehingga:

$$\frac{\partial P_n(t)}{\partial t} = \lambda P_{n-1}(t) - \mu P_n(t) - \lambda P_n(t) + \mu P_{n+1}(t) = 0 \quad (2.6)$$

Berdasarkan Persamaan (2.5), maka bila situasi khusus diambil dari $n = 0$, maka suku yang mengandung $P_{n-1}(t)$ menjadi nol, sehingga bentuk persamaannya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P_n(t + \Delta t) &= P_{n-1}(t) \lambda \Delta t (1 - \mu \Delta t) + P_n(t) (1 - \mu \Delta t) (1 - \lambda \Delta t) \\
&\quad + P_n(t) \lambda \Delta t \mu \Delta t + P_{n+1}(t) (1 - \lambda \Delta t) \mu \Delta t \\
P_0(t + \Delta t) &= P_0(t) (1 - \mu \Delta t) (1 - \lambda \Delta t) + P_0(t) \lambda \Delta t \mu \Delta t \\
&\quad + P_1(t) (1 - \lambda \Delta t) \mu \Delta t
\end{aligned}$$

Masalah ini merupakan hal khusus, maka perhatikan bahwa $1 - \mu \Delta t$ diganti dengan P (*no service*). Jumlah yang ada dalam sistem adalah nol, maka kemungkinan tidak ada pelayanan bukan lagi $1 - \mu \Delta t$ tetapi adalah 1.

$$\begin{aligned}
P_0(t + \Delta t) &= P_0(t) (1 - \lambda \Delta t) \cdot 1 + P_0(t) \lambda \Delta t \mu \Delta t \\
&\quad + P_1(t) (1 - \lambda \Delta t) \mu \Delta t \\
P_0(t + \Delta t) &= P_0(t) (1 - \lambda \Delta t) + P_1(t) \mu \Delta t (1 - \lambda \Delta t) \\
&= P_0(t) - \lambda \Delta t P_0(t) + \mu \Delta t P_1(t) - (\mu \Delta t)(\lambda \Delta t) P_1(t) \\
&= P_0(t) - \lambda \Delta t P_0(t) + \mu \Delta t P_1(t) - 0 \\
P_0(t + \Delta t) - P_0(t) &= -\lambda \Delta t P_0(t) + \mu \Delta t P_1(t) \\
\frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} &= \mu P_1(t) - \lambda P_0(t) \tag{2.7}
\end{aligned}$$

untuk $t \rightarrow 0$ maka :

$$\begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow 0} \frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} &= 0 \text{ atau } \frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = 0 \\
\text{Sehingga } \frac{\partial P_0(t)}{\partial t} &= \mu P_1(t) - \lambda P_0(t) = 0 \\
\mu P_1 - \lambda P_0 &= 0 \\
P_1 &= \frac{\lambda}{\mu} P_0 \tag{2.8}
\end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (2.6), maka diperoleh :

$$\begin{aligned}
\lambda P_{n-1} - \mu P_n - \lambda P_n + \mu P_{n+1} &= 0 \\
\mu P_n + \lambda P_n &= \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} \\
\mu + \lambda P_n &= \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1}
\end{aligned}$$

untuk $n = 1$

$$\begin{aligned}
 \mu + \lambda P_n &= \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} \\
 \mu + \lambda P_1 &= \lambda P_0 + \mu P_2 \\
 \mu + \lambda \frac{\lambda}{\mu} P_0 &= \lambda P_0 + \mu P_2 \\
 P_2 &= \frac{\lambda^2}{\mu} P_0
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

untuk $n = 2$:

$$\begin{aligned}
 \mu + \lambda P_n &= \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} \\
 \mu + \lambda P_2 &= \lambda P_1 + \mu P_3 \\
 \mu + \lambda \frac{\lambda^2}{\mu} P_0 &= \lambda \frac{\lambda}{\mu} P_0 + \mu P_3 \\
 P_3 &= \frac{\lambda^3}{\mu} P_0
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Berdasarkan Persamaan (2.8) sampai dengan (2.10), sehingga didapat persamaan umumnya sebagai berikut :

$$P_n = \frac{\lambda^n}{\mu} P_0$$

$$P_n = \rho^n P_0$$

karena $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$ maka,

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n P_0 = 1$$

$$P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho^n}{\mu} = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^n}$$

ambil:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^0 + \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^1 + \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 + \dots$$

karena deret di atas berbentuk deret geometri, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} S_{\infty} &= \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} \\ &= \frac{1}{1 - \rho} \end{aligned}$$

dengan :

S_{∞} : jumlah deret geometri tak hingga

maka:

$$P_0 = 1 - \rho$$

Hal ini mengakibatkan

$$\begin{aligned} P_n &= \rho^n P_0 \\ &= \rho^n (1 - \rho) \end{aligned} \tag{2.11}$$

b. Ekspektasi dalam Sistem (L_s)

Ekspektasi dalam sistem (L_s) merupakan rata-rata jumlah dalam antrian ditambah satu unit yang sedang dilayani. L_s tersebut merupakan hubungan sederhana antara jumlah n (yang antri) dan berbagai kemungkinan P_n untuk seluruh n yang terjadi (Suyadi Prawirosentono, 2005)

Rumus umum

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n \tag{2.12}$$

Substitusi Persamaan (2.11) ke Persamaan (2.12), maka

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{n=0}^{\infty} n \rho^n (1 - \rho) \\
&= (1 - \rho) \sum_{n=0}^{\infty} n \rho^{n-1} \\
&= (1 - \rho) \frac{d}{d\rho} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n \right) \\
&= 1 - \rho \quad \rho \frac{d}{d\rho} \frac{1}{1-\rho} \\
&= \frac{\rho}{1-\rho} \\
L_s &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \tag{2.13}
\end{aligned}$$

c. Ekspektasi Panjang Antrian (L_q)

Ekspektasi Panjang Antrian (L_q) merupakan jumlah rata-rata yang menunggu dalam sistem dikalikan dengan tingkat kesibukan pelayanan (Suyadi Prawirosentono, 2005).

$$L_q = L_s \frac{\lambda}{\mu} \tag{2.14}$$

Substitusikan Persamaan (2.13) ke Persamaan (2.14), maka

$$\begin{aligned}
L_q &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \frac{\lambda}{\mu} \\
&= \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}
\end{aligned}$$

d. Ekspektasi Waktu Menunggu dalam Sistem (W_s)

Rata-rata dalam sistem dipengaruhi oleh 2 faktor yaitu Jumlah yang antri dalam sistem (L_s) dibandingkan dengan tingkat kedatangan dalam sistem (λ) (Suyadi Prawirosentono, 2005).

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \tag{2.15}$$

Substitusikan Persamaan (2.13) ke Persamaan (2.15), maka

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

- e. Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian (W_q)

Rata-rata waktu menunggu dalam antrian (W_q) di pengaruhi oleh jumlah rata-rata dalam antrian dibandingkan dengan tingkat kedatangan dalam antrian (λ) (Suyadi Prawirosentono, 2005).

$$W'_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (2.16)$$

Substitusikan Persamaan (2.14) ke Persamaan (2.16), maka

$$W'_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

- f. Ekspetasi waktu pelayanan (W_t)

Rata-rata waktu pelayanan (W_t) yaitu perbedaan waktu rata-rata menunggu dalam sistem (W_s) dengan rata-rata waktu menunggu dalam antrian (W_q) (Suyadi Prawirosentono, 2005).

$$W_t = W_s - W'_q = \frac{1}{\mu}$$

2.3 Disiplin Antrian

Menurut Siagian (1987) ada 4 (empat) aturan pelayan menurut urutan kedatangan yaitu :

- First Come First Served (FCFS)* atau *First In First Out (FIFO)*, di mana pelanggan yang terlebih dahulu datang akan dilayani terlebih dahulu. Misalnya, antrian pada loket pembelian tiket bioskop, antrian pada loket pembelian tiket kereta api.
- Last Come First Served (LCFS)* atau *Last In First Out (LIFO)*, di mana pelanggan yang datang paling akhir akan dilayani terlebih dahulu. Misalnya, sistem bongkar muat barang dalam truk.

- c. *Service In Random Order (SIRO)* atau *Random Selection for Service (RSS)*, di mana panggilan didasarkan pada peluang secara random, jadi tidak menjadi permasalahan siapa yang lebih dahulu datang. Misalnya, pada arisan di mana penarikan berdasarkan nomor undian.
- d. *Priority Service (PS)*, di mana prioritas pelayanan diberikan kepada pelanggan yang mempunyai prioritas lebih tinggi dibandingkan dengan pelanggan yang mempunyai prioritas yang lebih rendah, meskipun mungkin yang dahulu tiba di garis tunggu adalah yang terakhir datang. Hal ini mungkin disebabkan oleh beberapa hal, misalnya seseorang yang memiliki penyakit yang lebih berat dibandingkan orang lain pada suatu tempat praktek dokter, hubungan kekerabatan pelayan dan pelanggan potensial akan dilayani terlebih dahulu.

2.4 Model Struktur Antrian

Menurut Subagyo, (2000) ada 4 model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam sebuah sistem antrian :

a. *Single Channel – Single Phase*

Single Channel berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan. *Single Phase* berarti hanya ada satu fasilitas pelayanan. Sehingga yang telah menerima pelayanan dapat langsung keluar dari sistem antrian. Contohnya adalah sebuah kantor pos yang hanya mempunyai satu loket pelayanan dengan jalur satu antrian, supermarket yang hanya memiliki satu kasir sebagai tempat pembayaran, dan lain-lain.

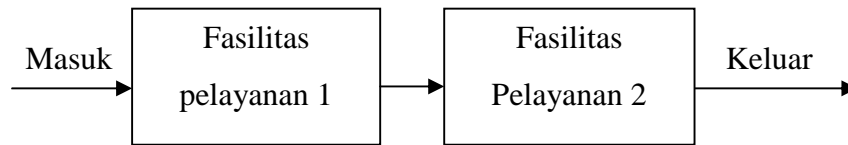


Gambar 2.1 *Single Channel – Single Phase*

b. *Single Channel – Multi Phase*

Sistem antrian jalur tunggal dengan tahapan berganda ini atau menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan.

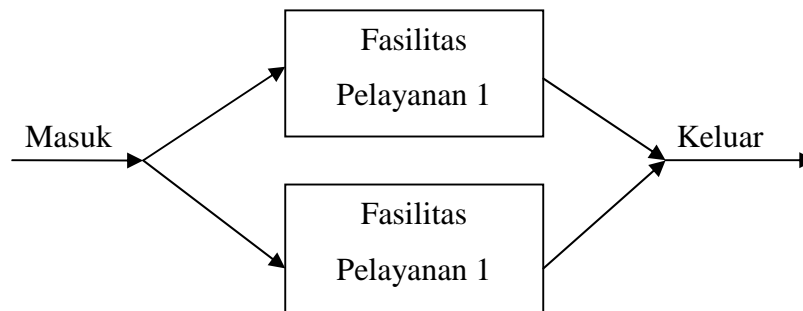
Tetapi dalam setiap jenis layanan hanya terdapat satu pemberi layanan. Sebagai contoh adalah : pencucian mobil, tukang cat mobil, dan sebagainya.



Gambar 2.2 *Single Channel – Multi Phase*

c. *Multi Channel – Single Phase*

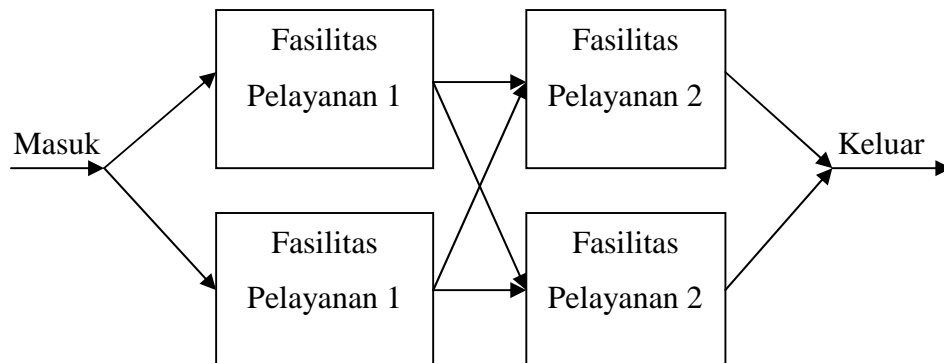
Sistem *Multi Channel – Single Phase* terjadi dimana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. Contohnya adalah antrian pada sebuah bank dengan beberapa *teller*, pembelian tiket atau karcis yang dilayani oleh beberapa loket, pembayaran dengan beberapa kasir, dan lain-lain.



Gambar 2.3 *Multi Channel – Single Phase*

d. *Multi Channel – Multi Phase*

Sistem *Multi Channel – Multi Phase* ini menunjukkan bahwa setiap sistem mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap sehingga terdapat lebih dari satu pelanggan yang dapat dilayani pada waktu bersamaan. Contoh pada model ini adalah pada pelayanan yang diberikan kepada pasien di rumah sakit dimulai dari pendaftaran, diagnosa, tindakan medis, sampai pembayaran, registrasi ulang mahasiswa baru pada sebuah universitas, dan lain-lain.



Gambar 2.4 Multi Channel – Multi Phase

2.5 Model Antrian

Untuk kemudahan dalam memahami karakteristik suatu sistem antrian digunakan notasi Kendall Lee yaitu format umum, $(a/b/c) (d/e/f)$. Notasi ini dikenalkan pertama kali oleh DG Kendall dalam bentuk $(a/b/c)$ dan selanjutnya AM. Lee menambah simbol d, e dan f pada notasi kendall (Sri Mulyono, 2002).

Notasi tersebut mempunyai arti sebagai berikut :

- a : Bentuk distribusi pertibaan, yaitu jumlah pertibaan persatuan waktu.
- b : Bentuk distribusi pelayanan, yaitu selang waktu antara satuan-satuan yang dilayani.
- c : Jumlah saluran dalam sistem
- d : Disiplin layanan
- e : Jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem
- f : Besar populasi masukan

Simbol a dan b untuk kedatangan dan kepergian di gunakan kode-kode berikut sebagai pengganti :

- M : Distribusi pertibaan poisson atau distribusi pelayanan eksponen
- D : Waktu pelayanan tetap (konstan)
- E_k : Distribusi Erlang
- G : General (umum)

Untuk huruf *d* digunakan kode-kode pengganti :

1. *FIFO* atau *FCFS*
2. *LIFO* atau *LCFS*
3. *SIRO*

Untuk huruf *c*, dipergunakan bilangan bulat positif yang menggunakan jumlah pelayanan. Untuk huruf *e* dan *f* di gunakan kode *N* atau menyatakan jumlah terbatas atau tak berhingga satu-satuan dalam sistem antrian dan populasi masukan.

Contoh pada penulisan model (*M/M/1*) (*FIFO/~/~*), ini berarti bahwa model menyatakan pertibaan berdistribusi Poisson, waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, jumlah saluran dalam sistem adalah 1, jumlah satuan pelayanan waktu adalah *first in first out*, jumlah langganan yang boleh masuk tidak berhingga dalam sistem antrian dan ukuran (besarnya) populasi masukan juga tidak berhingga.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Metode Penelitian

Adapun metode penelitian yang di gunakan adalah metode studi lapangan, yaitu metode pengumpulan data dengan cara menghitung berapa banyak nasabah yang datang dan waktu pelayanannya.

3.2 Prosedur Pembentukan Model Antrian

Adapun langkah-langkah pembentukan model antrian dilakukan dengan beberapa tahap berikut yaitu:

a. Pemeriksaan *Steady State*

Ukuran *steady state* dari kinerja sistem pelayanan dapat diperoleh dari data rata-rata jumlah kedatangan dan rata-rata waktu pelayanan dari PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk. Memenuhi kondisi *steady state* haruslah rata-rata jumlah pelanggan yang datang lebih kecil dari rata-rata laju pelayanan.

b. Pengujian Hipotesis

Setelah pemeriksaan *steady state* terpenuhi, maka dilakukan uji kecocokan distribusi pola kedatangan dan pola pelayanan dengan menggunakan uji *chi square*(χ^2). Jika kriteria keputusan distribusi pola kedatangan $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ maka data yang diuji mengikuti distribusi Poisson. Jika kriteria keputusan distribusi pola pelayanan $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ maka data yang diuji mengikuti distribusi Eksponensial. Pada penelitian ini level toleransi (α) yang digunakan adalah 5%.

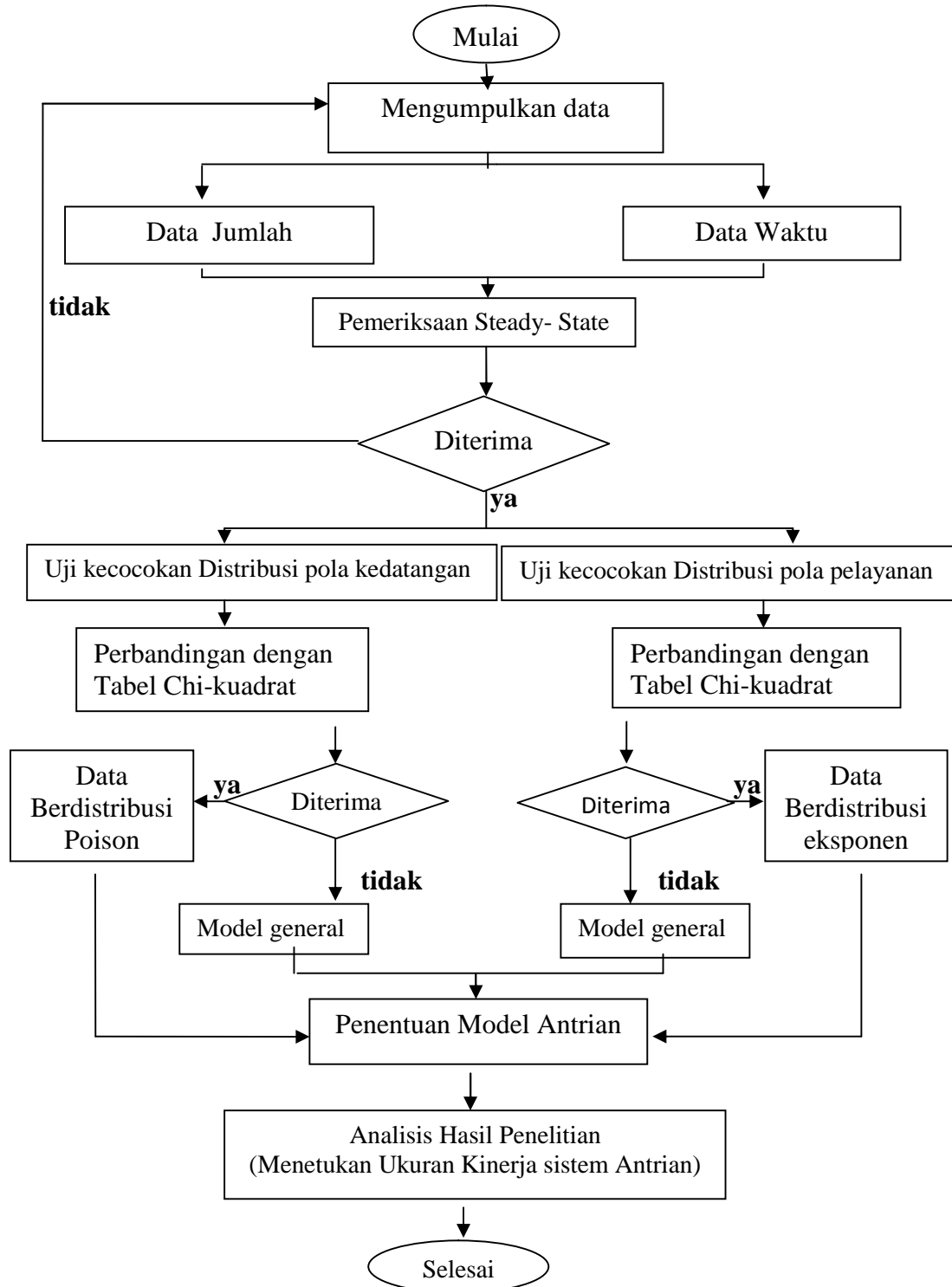
c. Penentuan Model Antrian

Setelah pengujian hipotesis dilakukan, maka selanjutnya yaitu penentuan model antrian menggunakan notasi Kendal Lee untuk memudahkan dalam memahami karakteristik suatu sistem antrian dengan format ($a/b/c$) : ($d/e/f$).

d. Analisis Hasil Penelitian

Menentukan ukuran kinerja sistem antrian yang terjadi di PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam melakukan penelitian ini dapat digambarkan dalam *flow chart* berikut :



Gambar 3.1 *Flow Chart* Metodologi Penelitian

BAB IV

PEMBAHASAN DAN HASIL

4.1 Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data yang diperoleh dari pengamatan langsung pada Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk kantor layanan Cerenti. Pengamatan dilakukan selama 5 hari, yaitu pada hari senin sampai jumat (mulai tanggal 15 April 2013 sampai dengan 19 April 2013). Waktu yang dipilih berdasarkan pengamatan yang dilakukan yaitu mencatat kedatangan nasabah, waktu mulai dilayani nasabah yang datang melakukan transaksi. Pencatatan lama waktu pelayanan dihitung dengan memakai *stopwatch*.

Berdasarkan pengumpulan data di lapangan maka diperoleh jumlah kedatangan nasabah sebagai berikut :

Tabel 4.1 Rangkuman Data Kedatangan Nasabah di Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti (jam 09.00-11.00)

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
Jumlah Nasabah	43	27	37	31	39
Lama Pengamatan (Jam)	2	2	2	2	2

Berdasarkan pengumpulan data di lapangan maka diperoleh waktu pelayanan nasabah sebagai berikut :

Tabel 4.2 Rangkuman Data Pelayanan Nasabah di Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti (jam 09.00-11.00)

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
Rata-rata lama antrian (menit)	3.2119	3.5212	3.2605	3.6866	3.0328
Rata-rata lama pelayanan (menit)	3.2205	2.206	3.7152	4.2234	3.2698

Berdasarkan pengumpulan data di lapangan maka diperoleh data pelayanan nasabah disetiap *teller* sebagai berikut :

Tabel 4.3 Rangkuman Data Pelayanan Nasabah di Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti disetiap *Teller*

Rata-rata lama pelayanan (menit)	Hari				
	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
<i>Teller A</i>	3.2842	2.2632	3.4662	3.0846	3.2901
<i>Teller B</i>	2.7607	2.1443	3.8042	3.3028	3.2485

4.2 Pembentukan Model Antrian

Adapun langkah-langkah pembentukan model antrian yaitu pemeriksaan *steady state* dan pengujian hipotesis.

4.2.1 Pengukuran *Steady State*

Selama pengambilan data di Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk kantor layanan Cerenti, peneliti menemukan adanya antrian yaitu nasabah yang menunggu untuk dilayani oleh *teller*. Sebelum waktu pelayanan dimulai keadaan Bank Rakyat Indonesia (BRI) Cerenti tidak ada antrian, setelah pelayanan di buka nasabah mulai antrian untuk transaksi. Semakin banyak nasabah yang datang maka antrian semakin panjang, kesibukan *teller* meningkat melayani nasabah. Kemudian jam kerja *teller* selesai keadaan Bank Rakyat Indonesia (BRI) Cerenti kembali seperti semula yaitu tidak ada antrian lagi. Keadaan seperti inilah yang disebut *steady state*. Memenuhi kondisi *steady state* maka haruslah rata-rata jumlah pelanggan yang datang lebih kecil dari rata-rata laju pelayanan.

4.2.1.1 Ekspektasi kecepatan kedatangan nasabah (λ)

Berdasarkan Tabel 4.1 maka diketahui ekspektasi kecepatan kedatangan yaitu :

$$\lambda_{\text{nasabah}} = \frac{\text{jumlah nasabah selama pengamatan}}{\text{waktu pengamatan}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{43 + 27 + 37 + 31 + 39}{10} \\
&= \frac{177}{10} \\
&= 0.295
\end{aligned}$$

Jadi rata-rata kedatangan nasabah adalah 0.295 menit per nasabah.

4.2.1.2 Ekspektasi kecepatan pelayanan (μ)

Berdasarkan Tabel 4.3 maka diketahui ekspektasi kecepatan pelayanan yaitu :

$$\begin{aligned}
\mu_{\text{nasabah teller A}} &= \frac{1}{\text{rata-rata lama pelayanan}} \\
&= \frac{1}{\frac{3.2842 + 2.2632 + 3.4662 + 3.0846 + 3.2901}{5}} \\
&= \frac{1}{3.0776} \\
&= 0.3249
\end{aligned}$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah pada teller A adalah 0.3249 menit per nasabah.

$$\begin{aligned}
\mu_{\text{nasabah teller B}} &= \frac{1}{\text{rata-rata lama pelayanan}} \\
&= \frac{1}{\frac{2.7607 + 2.1443 + 3.8042 + 3.3028 + 3.2485}{5}} \\
&= \frac{1}{3.0521} \\
&= 0.3276
\end{aligned}$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah pada teller B adalah 0.3276 menit per nasabah.

$$\begin{aligned}
\mu_{\text{nasabah gabungan}} &= \lambda_{\text{nasabah teller A}} + \lambda_{\text{nasabah teller B}} \\
&= 0.3249 + 0.3276 \\
&= 0.6525
\end{aligned}$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah adalah 0.6525 menit per nasabah.

Berdasarkan pencarian di atas dihasilkan rata-rata jumlah pelanggan yang datang lebih kecil dari rata-rata laju pelayanan, berarti kondisi *steady state* terpenuhi, selanjutnya pengujian hipotesis.

4.2.2 Pengujian Hipotesis

Untuk menguji kecocokan distribusi pola kedatangan dan pola pelayanan dapat digunakan uji *chi kuadrat* (χ^2), karena apakah terdapat kesesuaian yang nyata antara banyaknya objek yang diamati dengan banyaknya objek yang diharapkan dalam tiap-tiap kategori (Sri Mulyono, 2002).

4.2.2.1 Waktu Antar Kedatangan Nasabah dengan Uji Kesesuaian Poisson

Sebelum menghitung nilai χ^2 maka terlebih dahulu tentukan nilai rata-rata kedatangan nasabah per harinya dan kedatangan nasabah yang diharapkan.

1. Menyatakan Hipotesisnya

H_0 = Data yang diuji mengikuti distribusi Poisson

H_1 = Data yang diuji tidak mengikuti distribusi Poisson

Berdasarkan pengumpulan data di lapangan maka diperoleh data kedatangan nasabah per jam sebagai berikut :

Tabel 4.4 Rangkuman Data Kedatangan Nasabah di Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti per jam

Waktu	Hari				
	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
09.00-10.00	28	18	25	22	19
10.00-11.00	15	9	12	9	20

2. Rata-rata kedatangan Nasabah

Berdasarkan tabel 4.4 maka diketahui rata-rata kedatangan nasabah per hari selama waktu penelitian dapat dicari sebagai berikut :

$$a) \lambda = \frac{\text{Jumlah nasabah datang hari pertama}}{\text{Lama pengamatan(per jam)}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{28 + 15}{2} \\
&= 22
\end{aligned}$$

Jadi rata-rata kedatangan nasabah pada hari senin (λ_1) yaitu 22 nasabah, dengan cara yang sama akan dihitung rata-rata kedatangan nasabah pada hari selasa (λ_2) sampai hari jumat (λ_5) sebagai berikut:

$$b) \lambda_2 = \frac{\text{Jumlah nasabah datang hari kedua}}{\text{Lama pengamatan(per jam)}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{18 + 9}{2} \\
&= 14
\end{aligned}$$

$$c) \lambda_3 = \frac{\text{Jumlah nasabah datang hari ketiga}}{\text{Lama pengamatan per jam}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{25 + 12}{2} \\
&= 19
\end{aligned}$$

$$d) \lambda_4 = \frac{\text{Jumlah nasabah datang hari keempat}}{\text{Lama pengamatan(per jam)}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{22 + 9}{2} \\
&= 16
\end{aligned}$$

$$e) \lambda_5 = \frac{\text{Jumlah nasabah datang hari kelima}}{\text{Lama pengamatan(per jam)}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{19 + 20}{2} \\
&= 20
\end{aligned}$$

3. Kedatangan Nasabah yang diharapkan

Menghitung kedatangan nasabah yang diharapkan (λ_{harapan}) selama penelitian sebagai berikut:

$$\lambda_{\text{harapan}} = \frac{\sum \lambda_i}{k}$$

$$= \frac{22 + 14 + 19 + 16 + 20}{5}$$

$$= 20$$

Jadi rata-rata kedatangan nasabah yang diharapkan yaitu 18 nasabah.

Berdasarkan pencarian di atas maka diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.5 Rata-rata Kedatangan Nasabah dan Nilai Harapannya

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
$\lambda_{\text{gabungan}}$	22	14	19	16	20
$\lambda_{\text{harapan pada gabungan}}$	18	18	18	18	18

Untuk menghitung nilai χ^2 pada pelayanan nasabah dari Tabel 4.8 yaitu :

$$\chi^2_{\text{hitung}} = \frac{(\lambda_i - \lambda_{i \text{ harapan}})^2}{\lambda_{i \text{ harapan}}}$$

$$= \frac{22 - 18^2}{0.3312} + \frac{14 - 18^2}{0.3651} + \dots + \frac{20 - 18^2}{0.3309}$$

$$\chi^2_{\text{hitung}} = 0.8888 + 0.8888 + \dots + 0.2222$$

$$= 2.2775$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf $\alpha = 0.05$ dan $k = 5$ maka

$$\chi^2_{\text{tabel}} = \chi^2_{\alpha (k-1)} = \chi^2_{0.05 (4)} = 9.4877. \text{ Sehingga, } \chi^2_{\text{hitung}} \leq \chi^2_{\text{tabel}} \text{ yaitu } 1.1111 \leq 9.4877$$

Maka diterima H_0 bahwa pola kedatangan nasabah berdistribusi Poisson.

4.2.2.2 Lama Pelayanan Nasabah dengan Uji Kesesuaian Distribusi Eksponenial

Sebelum menghitung nilai χ^2 maka terlebih dahulu tentukan nilai rata-rata pelayanan nasabah per harinya dan nilai kemungkinan waktu pelayanan yang diharapkan.

1. Menyatakan Hipotesisnya

H_0 = Data yang diuji mengikuti distribusi Eksponensial

H_1 = Data yang diuji tidak mengikuti distribusi Eksponensial

2. Rata-rata pelayanan nasabah

Berdasarkan tabel 4.3 maka diketahui rata-rata pelayanan nasabah per hari disetiap *teller* nya selama waktu penelitian dapat dicari sebagai berikut :

- A. Rata-rata pelayanan nasabah pada *teller* A

Rata-rata pelayanan nasabah di hari senin(\bar{x}_1) pada *teller* A yaitu:

$$\begin{aligned} 1) \mu_{teller A \bar{x}_1} &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari pertama}} \\ &= \frac{1}{\frac{3.2842}{2}} \\ &= \frac{1}{1.6421} \\ &= 0.6089 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah pada *teller* A di hari senin(\bar{x}_1) yaitu 0.6089 menit per nasabah, dengan cara yang sama akan dihitung rata-rata pelayanan nasabah pada *teller* A di hari selasa(\bar{x}_2) sampai hari jumat(\bar{x}_5) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 2) \mu_{teller A \bar{x}_2} &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari kedua}} \\ &= \frac{1}{\frac{2.2632}{2}} \\ &= 0.8837 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \mu_{teller A \bar{x}_3} &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari ketiga}} \\ &= \frac{1}{\frac{3.4662}{2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{1.7331}$$

$$= 0.577$$

$$4) \mu_{teller A} \text{ 24} = \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari keempat}}$$

$$= \frac{1}{\frac{3.0846}{2}}$$

$$= \frac{1}{1.5423}$$

$$= 0.6483$$

$$5) \mu_{teller A} \text{ 25} = \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari kelima}}$$

$$= \frac{1}{\frac{3.2901}{2}}$$

$$= \frac{1}{1.6450}$$

$$= 0.6078$$

B. Rata-rata pelayanan nasabah pada *teller B*

Rata-rata pelayanan nasabah di hari senin(21) pada *teller B* yaitu:

$$1) \mu_{teller B} \text{ 21} = \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari pertama}}$$

$$= \frac{1}{\frac{2.7607}{2}}$$

$$= \frac{1}{1.3803}$$

$$= 0.7244$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah pada *teller B* di hari senin(21) yaitu 0.7244 menit per nasabah, dengan cara yang sama akan dihitung rata-rata pelayanan nasabah pada *teller B* di hari selasa(22) sampai hari jumat(25) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 2) \mu_{teller B} \sigma_2 &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari kedua}} \\
 &= \frac{1}{\frac{2.1443}{2}} \\
 &= \frac{1}{1.0721} \\
 &= 0.9327
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \mu_{teller B} \sigma_3 &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari ketiga}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3.8042}{2}} \\
 &= \frac{1}{1.9201} \\
 &= 0.5257
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \mu_{teller B} \sigma_4 &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari keempat}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3.3028}{2}} \\
 &= \frac{1}{1.6514} \\
 &= 0.6055 .
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5) \mu_{teller B} \sigma_5 &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari kelima}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3.2485}{2}} \\
 &= 0.6156
 \end{aligned}$$

C. Rata-rata pelayanan nasabah gabungan

Rata-rata pelayanan nasabah gabungan per hari selama waktu penelitian dapat dicari dari data berikut:

Tabel 4.6 Rangkuman Data Pelayanan Nasabah per jam

Waktu	Hari				
	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
09.00-10.00	3.2966	2.047	3.6208	3.1123	3.0364
10.00-11.00	2.5242	2.4416	3.4845	3.4843	3.675

Berdasarkan tabel 4.6 maka diketahui rata-rata pelayanan nasabah per hari selama waktu penelitian dapat dicari sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 1) \mu_{\bar{x}_1} &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari pertama}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3.2966 + 2.5242}{2}} \\
 &= \frac{1}{2.9104} \\
 &= 0.3435
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah pada hari senin(\bar{x}_1) yaitu 0.3435 menit per nasabah, dengan cara yang sama akan dihitung rata-rata pelayanan nasabah pada hari selasa(\bar{x}_2) sampai hari jumat(\bar{x}_5) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 2) \mu_{\bar{x}_2} &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari kedua}} \\
 &= \frac{1}{\frac{2.047 + 2.4416}{2}} \\
 &= 0.4455
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \mu_{\bar{x}_3} &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari ketiga}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3.6208 + 3.4883}{2}} \\
 &= \frac{1}{3.5545} \\
 &= 0.2813
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \mu_{\bar{x}_4} &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari keempat}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3.1123 + 3.4883}{2}} \\
 &= \frac{1}{3.3003} \\
 &= 0.303
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5) \mu_{\bar{x}_5} &= \frac{1}{\text{rata-rata pelayanan nasabah hari kelima}} \\
 &= \frac{1}{\frac{3.0364 + 3.675}{2}} \\
 &= \frac{1}{3.3557} \\
 &= 0.298
 \end{aligned}$$

3. Kemungkinan waktu pelayanan nasabah yang diharapkan per hari

Menghitung nilai μ_{harapan} dengan nilai $t = 1$ maka dapat dihitung sebagai berikut :

A. Kemungkinan waktu pelayanan nasabah yang diharapkan per hari pada *teller A*

Menghitung nilai $\mu_{\text{harapan teller A}}$ dengan nilai $t = 1$ maka dapat dihitung nilai-nilai $\mu_{\text{harapan teller A}}$ sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 1) \mu_{\text{harapan teller A } \bar{x}_1} &= f t = \mu e^{-\mu t} \\
 \mu_{\text{harapan teller A } \bar{x}_1} &= 0.6089 e^{-0.6089 \cdot 1} \\
 \mu_{\text{harapan teller A } \bar{x}_1} &= 0.3212
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah pada *teller A* yang diharapkan pada hari senin(\bar{x}_1) yaitu 0.3212 menit per nasabah, dengan cara yang sama akan dihitung

rata-rata pelayanan nasabah pada *teller* A yang diharapkan pada hari selasa(μ_2) sampai hari jumat(μ_5) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 2) \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_2 &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_2 &= 0.8837 e^{-0.8837 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_2 &= 0.3651 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_3 &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_3 &= 0.577 e^{-0.577 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_3 &= 0.324 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_4 &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_4 &= 0.6483 e^{-0.6483 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_4 &= 0.339 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_5 &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_5 &= 0.6078 e^{-0.6078 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan teller A}} \mu_5 &= 0.3309 \end{aligned}$$

Berdasarkan pencarian di atas maka diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.7 Rata-rata Pelayanan Nasabah pada *Teller* A dan Nilai harapannya

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
$\mu_{\text{teller A}}$	0.6089	0.8837	0.577	0.6483	0.6078
$\mu_{\text{harapan pada teller A}}$	0.3312	0.3651	0.324	0.339	0.3309

Untuk menghitung nilai χ^2 pada pelayanan nasabah dari Tabel 4.7 yaitu :

$$\chi^2_{\text{hitung}} = \frac{(\mu_l - \mu_{\text{harapan}})^2}{\mu_{\text{harapan}}}$$

$$= \frac{0.6089 - 0.3312^2}{0.3312} + \frac{0.8837 - 0.3651^2}{0.3651} + \dots$$

$$+ \frac{0.6078 - 0.3309^2}{0.3309}$$

$$\chi^2_{hitung} = 0.2328 + 0.7366 + \dots 0.2317$$

$$\chi^2_{hitung} = 1.6383$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf $\alpha = 0.05$ dan $k = 6$ maka

$$\chi^2_{tabel} = \chi^2_{\alpha (k-1)} = \chi^2_{0.05 (4)} = 9.48773. \text{ Sehingga, } \chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$$

yaitu $0.2128 \leq 9.48773$

Maka diterima H_0 bahwa pola pelayanan nasabah pada *teller* A berdistribusi Eksponensial.

B. Kemungkinan waktu pelayanan nasabah yang diharapkan per hari pada *teller* B

Menghitung nilai $\mu_{\text{harapan teller B}}$ dengan nilai $t = 1$ maka dapat dihitung nilai-nilai $\mu_{\text{harapan teller B}}$ sebagai berikut :

$$\text{a) } \mu_{\text{harapan teller B } \mathbb{Z}_1} = f t = \mu e^{-\mu t}$$

$$\mu_{\text{harapan teller B } \mathbb{Z}_1} = 0.7244 e^{-0.7244 \cdot 1}$$

$$\mu_{\text{harapan teller B } \mathbb{Z}_1} = 0.351$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah pada *teller* B yang diharapkan pada hari senin(\mathbb{Z}_1) yaitu 0.351 menit per nasabah, dengan cara yang sama akan dihitung rata-rata pelayanan nasabah pada *teller* B yang diharapkan pada hari selasa(\mathbb{Z}_2) sampai hari jumat(\mathbb{Z}_5) sebagai berikut:

$$\text{b) } \mu_{\text{harapan teller B } \mathbb{Z}_2} = f t = \mu e^{-\mu t}$$

$$\mu_{\text{harapan teller B } \mathbb{Z}_2} = 0.9327 e^{-0.9327 \cdot 1}$$

$$\mu_{\text{harapan teller B } \mathbb{Z}_2} = 0.367$$

$$\text{c) } \mu_{\text{harapan teller B } \mathbb{Z}_3} = f t = \mu e^{-\mu t}$$

$$\mu_{\text{harapan teller B } \mathbb{Z}_3} = 0.5257 e^{-0.5257 \cdot 1}$$

$$\mu_{\text{harapan teller A}} = 0.3107$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \mu_{\text{harapan teller B}} &= f \cdot t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan teller B}} &= 0.6055 e^{-0.6955 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan teller B}} &= 0.3304 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \mu_{\text{harapan teller B}} &= f \cdot t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan teller B}} &= 0.6156 e^{-0.6156 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan teller B}} &= 0.3326 \end{aligned}$$

Berdasarkan pencarian di atas maka diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.8 Rata-Rata Pelayanan Nasabah pada Teller B dan Nilai harapannya

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
$\mu_{\text{teller B}}$	0.7244	0.9327	0.5257	0.6055	0.6156
$\mu_{\text{harapan pada teller B}}$	0.351	0.367	0.3107	0.3304	0.3326

Untuk menghitung nilai χ^2 pada pelayanan nasabah dari Tabel 4.11 yaitu :

$$\begin{aligned} \chi^2_{\text{hitung}} &= \frac{(\mu_i - \mu_{\text{harapan}})^2}{\mu_{\text{harapan}}} \\ &= \frac{0.7244 - 0.351^2}{0.351} + \frac{0.9327 - 0.367^2}{0.367} + \dots \\ &\quad + \frac{0.6156 - 0.3326^2}{0.3326} \\ \chi^2_{\text{hitung}} &= 0.4775 + 0.8719 + \dots 0.2945 \\ \chi^2_{\text{hitung}} &= 12.0216 \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf $\alpha = 0.05$ dan $k = 6$ maka

$$\chi^2_{\text{tabel}} = \chi^2_{\alpha (k-1)} = \chi^2_{0.05 (4)} = 9.48773. \text{ Sehingga, } \chi^2_{\text{hitung}} \leq \chi^2_{\text{tabel}}$$

yaitu $0.2128 \leq 9.48773$

Maka diterima H_0 bahwa pola pelayanan nasabah pada teller B berdistribusi Eksponensial.

C. Kemungkinan waktu pelayanan nasabah yang diharapkan per hari

Menghitung nilai μ_{harapan} dengan nilai $t = 1$ maka dapat dihitung nilai-nilai μ_{harapan} sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{a) } \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_1} &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_1} &= 0.3435 e^{-0.3435 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_1} &= 0.2436 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata pelayanan nasabah yang diharapkan pada hari senin(\mathbb{Z}_1) yaitu 0.2436 menit per nasabah, dengan cara yang sama akan dihitung rata-rata pelayanan nasabah yang diharapkan pada hari selasa(\mathbb{Z}_2) sampai hari jumat(\mathbb{Z}_5) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{b) } \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_2} &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_2} &= 0.4455 e^{-0.4455 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_2} &= 0.2854 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_3} &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_3} &= 0.2813 e^{-0.2813 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_3} &= 0.2123 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_4} &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_4} &= 0.303 e^{-0.303 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_4} &= 0.2237 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_5} &= f t = \mu e^{-\mu t} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_5} &= 0.298 e^{-0.298 \cdot 1} \\ \mu_{\text{harapan } \mathbb{Z}_5} &= 0.2212 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil pencarian di atas maka diperoleh:

Tabel 4.9 Rata-rata Pelayanan Nasabah dan Nilai Harapannya

Hari	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
μ	0.3435	0.4455	0.2813	0.303	0.298
μ_{harapan}	0.2436	0.2845	0.2123	0.2237	0.2212

Untuk menghitung nilai χ^2 pada pelayanan nasabah dari Tabel 4.6 yaitu :

$$\begin{aligned}\chi^2_{\text{hitung}} &= \frac{(\mu_i - \mu_{\text{harapan}})^2}{\mu_{\text{harapan}}} \\ &= \frac{0.3435 - 0.2436^2}{0.2436} + \frac{0.4455 - 0.2845^2}{0.2845} + \dots \\ &\quad + \frac{0.298 - 0.2212^2}{0.2212}\end{aligned}$$

$$\chi^2_{\text{hitung}} = 0.0446 + 0.0911 + \dots 0.0266$$

$$\chi^2_{\text{hitung}} = 0.2128$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf $\alpha = 0.05$ dan $k = 6$ maka

$$\chi^2_{\text{tabel}} = \chi^2_{\alpha (k-1)} = \chi^2_{0.05 (4)} = 9.48773. \text{ Sehingga, } \chi^2_{\text{hitung}} \leq \chi^2_{\text{tabel}}$$

yaitu $0.2128 \leq 9.48773$

Maka diterima H_0 bahwa pola pelayanan nasabah berdistribusi Eksponensial.

Disiplin antrian yang diterapkan di Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk kantor layanan Cerenti yaitu nasabah yang terlebih dahulu datang akan dilayani terlebih dahulu (*First In First Out*). Struktur antriannya yaitu dua fasilitas pelayanan atau *multi* yang dialiri oleh antrian jalur tunggal atau *single* (*Multi Channel – Single Phase*). Jumlah nasabah yang boleh masuk tidak berhingga dalam sistem antrian. Ukuran populasi pada sumber masukan adalah tidak berhingga.

4.3 Analisis Hasil Penelitian (menentukan ukuran kinerja sistem antrian)

Salah satu ukuran kinerja sistem antrian yang terjadi di Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk kantor layanan Cerenti, yaitu :

4.3.1 Menentukan Peluang Masa Sibuk (ρ)

Masa sibuk *teller* A dalam melayani nasabah dapat dicari dengan menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}\rho_{teller A} &= \frac{\lambda}{\mu} \\ &= \frac{0.295}{0.3249} \\ &= 0.9079\end{aligned}$$

Jadi peluang kesibukan *teller* A melayani nasabah yaitu 0.9079 menit per nasabah.

Masa sibuk *teller* B dalam melayani nasabah dapat dicari dengan menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}\rho_{teller B} &= \frac{\lambda}{\mu} \\ &= \frac{0.295}{0.3276} \\ &= 0.9004\end{aligned}$$

Jadi peluang kesibukan *teller* B melayani nasabah yaitu 0.9004 menit per nasabah.

Masa sibuk *teller* dalam melayani nasabah dapat dicari dengan menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\lambda}{\mu} \\ &= \frac{0.295}{0.6525} \\ &= 0.9042\end{aligned}$$

Jadi peluang kesibukan *teller* melayani nasabah yaitu 0.9024 menit per nasabah, semakin banyak kedatangan nasabah maka kesibukan *teller* melayani nasabah

semakin meningkat, karena nilai peluang masa sibuk *teller* mendekati 1 maka kesibukan *teller* melayani nasabah sangat sibuk.

4.3.2 Ekspektasi dalam Sistem (L_s)

Proses kedatangan nasabah dan lama pelayanan sampai akhirnya keluar dari fasilitas pelayanan dapat ditentukan berapa banyak rata-rata nasabah yang antri dalam sistem antrian dan dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned} L_{s \text{ teller A}} &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \\ &= \frac{0.295}{0.3249 - 0.295} \\ &= 9.8662 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata nasabah yang antrian dari proses kedatangan sampai selesai dilayani pada *teller* A yaitu 9.8662 menit per nasabah.

$$\begin{aligned} L_{s \text{ teller B}} &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \\ &= \frac{0.295}{0.3276 - 0.295} \\ &= 9.049 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata nasabah yang antrian dari proses kedatangan sampai selesai dilayani pada *teller* B yaitu 9.049 menit per nasabah.

$$\begin{aligned} L_s &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \\ &= \frac{0.59}{0.6525 - 0.59} \\ &= 9.44 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata nasabah yang antrian dari proses kedatangan sampai selesai dilayani yaitu 9.44 menit per nasabah.

4.3.3 Ekspektasi Panjang Antrian (L_q)

Rata-rata panjangnya antrian didalam proses pelayanan pada *teller* A dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}L_{q \text{ teller A}} &= \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \\&= \frac{0.295^2}{0.3249(0.3249 - 0.295)} \\&= \frac{0.087}{0.3249(0.299)} \\&= 8.9556\end{aligned}$$

Jadi rata-rata panjang antrian selama proses pelayanan pada *teller* A yaitu 8.9556 menit per nasabah.

Rata-rata panjangnya antrian didalam proses pelayanan pada *teller* B dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}L_{q \text{ teller B}} &= \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \\&= \frac{0.295^2}{0.3276(0.3276 - 0.295)} \\&= \frac{0.087}{0.3276(0.0326)} \\&= 8.1462\end{aligned}$$

Jadi rata-rata panjang antrian selama proses pelayanan pada *teller* B yaitu 8.1462 menit per nasabah.

Rata-rata panjangnya antrian didalam proses pelayanan dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}L_q &= \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \\&= \frac{0.59^2}{0.6525(0.6516 - 0.59)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{0.3481}{0.6525(0.0625)} \\
&= 8.5528
\end{aligned}$$

Jadi rata-rata panjang antrian selama proses pelayanan yaitu 8.5528 menit per nasabah.

4.3.4 Ekspektasi Waktu Menunggu dalam Sistem (W_s)

Proses kedatangan nasabah dan lama pelayanan sampai akhirnya keluar dari fasilitas pelayanan dapat ditentukan berapa rata-rata waktu menunggu nasabah dalam sistem antrian pada *teller* A dan dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
W_{s \text{ teller A}} &= \frac{1}{\mu - \lambda} \\
&= \frac{1}{0.3249 - 0.295} \\
&= \frac{1}{0.0299} \\
&= 33.44
\end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu menunggu seorang nasabah dari proses kedatangan sampai selesai dilayani pada *teller* A yaitu 33.44 menit per nasabah.

Waktu menunggu seorang nasabah dari proses kedatangan sampai selesai dilayani pada *teller* B dapat dicari menggunakan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
W_{s \text{ teller B}} &= \frac{1}{\mu - \lambda} \\
&= \frac{1}{0.3276 - 0.295} \\
&= \frac{1}{0.0297} \\
&= 33.67
\end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu menunggu seorang nasabah dari proses kedatangan sampai selesai dilayani pada *teller* B yaitu 33.67 menit per nasabah.

$$\begin{aligned}
 W_s &= \frac{1}{\mu - \lambda} \\
 &= \frac{1}{0.6525 - 0.59} \\
 &= \frac{1}{0.0625} \\
 &= 16
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu menunggu seorang nasabah dari proses kedatangan sampai selesai dilayani yaitu 16 menit per nasabah.

4.3.5 Ekspektasi Waktu Menunggu dalam Antrian (W_q)

Rata-rata waktu menunggu seorang nasabah yang akan dilayani pada *teller* A dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 W_{q \text{ teller A}} &= \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \\
 &= \frac{0.295}{0.3249(0.3249 - 0.295)} \\
 &= \frac{0.295}{0.3249(0.0299)} \\
 &= 30.36
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu menunggu seorang nasabah pada *teller* A sebelum dilayani yaitu 30.36 menit per nasabah.

Rata-rata waktu menunggu seorang nasabah yang akan dilayani pada *teller* B dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 W_{q \text{ teller B}} &= \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \\
 &= \frac{0.295}{0.3276(0.3276 - 0.295)} \\
 &= \frac{0.295}{0.3249(0.0325)} \\
 &= 27.70
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu menunggu seorang nasabah pada *teller* B sebelum dilayani yaitu 27.70 menit per nasabah.

Rata-rata waktu menunggu seorang nasabah yang akan dilayani dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 W_q &= \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \\
 &= \frac{0.59}{0.6525(0.6525 - 0.59)} \\
 &= \frac{0.59}{0.6516(0.0407)} \\
 &= 14.4963
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu menunggu seorang nasabah sebelum dilayani yaitu 14.4963 menit per nasabah.

4.3.6 Ekspektasi waktu pelayanan (W_t)

Lama waktu pelayanan nasabah pada *teller* A dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 W_{t \text{ teller A}} &= \frac{1}{\mu} \\
 &= \frac{1}{0.3249} \\
 &= 3.0778
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata lamanya waktu pelayanan seorang nasabah pada *teller* A yaitu 3.0778 menit per nasabah.

Lama waktu pelayanan nasabah pada *teller* B dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
 W_{t \text{ teller B}} &= \frac{1}{\mu} \\
 &= \frac{1}{0.3276} \\
 &= 3.0525
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata lamanya waktu pelayanan seorang nasabah pada *teller* B yaitu 3.0525 menit per nasabah.

Lama waktu pelayanan nasabah dapat dicari menggunakan persamaan berikut :

$$\begin{aligned} W_t &= \frac{1}{\mu} \\ &= \frac{1}{0.6525} \\ &= 1.5325 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata lamanya waktu pelayanan seorang nasabah yaitu 1.5325 menit per nasabah.

Berdasarkan pembahasan diatas dapat disimpulkan Model antrian di Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk kantor layanan Cerenti yaitu $(M/M/2) : (FIFO/\sim/\sim)$, yang berarti tingkat kedatangan berdistribusi Poisson, waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, jumlah saluran dalam sistem ganda, jumlah satuan pelayanan waktu adalah *first in first out*, Jumlah nasabah yang boleh masuk tidak berhingga dalam sistem antrian dan ukuran populasi pada sumber masukan yaitu tidak berhingga.

Hasil analisis data pada waktu kedatangan nasabah dan waktu pelayanan pada *teller* A diperoleh nilai yaitu ekspektasi kecepatan kedatangan $(\lambda) = 0.295$ menit per nasabah, ekspektasi kecepatan pelayanan $(\mu) = 0.3249$ menit per nasabah, peluang masa sibuk $(\rho) = 0.9079$ menit per nasabah, ekspektasi dalam sistem $(L_s) = 9.8662$ menit per nasabah, ekspektasi panjang antrian $(L_q) = 8.9556$ menit per nasabah, ekspektasi waktu menunggu dalam sistem $(W_s) = 33.44$ menit per nasabah, ekspektasi waktu menunggu dalam antrian $(W_q) = 30.36$ menit per nasabah, ekspektasi waktu pelayanan $(W_t) = 3.0778$ menit per nasabah.

Hasil analisis data pada waktu kedatangan nasabah dan waktu pelayanan pada *teller* B diperoleh nilai yaitu ekspektasi kecepatan kedatangan $(\lambda) = 0.295$ menit per nasabah, ekspektasi kecepatan pelayanan $(\mu) = 0.3276$ menit per nasabah, peluang masa sibuk $(\rho) = 0.9004$ menit per nasabah, ekspektasi dalam sistem $(L_s) = 9.049$ menit per nasabah, ekspektasi panjang antrian $(L_q) = 8.1462$ menit per nasabah, ekspektasi waktu menunggu dalam sistem $(W_s) =$

33.67 menit per nasabah, ekspektasi waktu menunggu dalam antrian (W_q) = 27.70 menit per nasabah, ekspektasi waktu pelayanan (W_t) = 3.0525 menit per nasabah.

Hasil analisis data pada waktu kedatangan nasabah dan waktu pelayanan diperoleh nilai yaitu ekspektasi kecepatan kedatangan (λ) = 0.295 menit per nasabah, ekspektasi kecepatan pelayanan (μ) = 0.6525 menit per nasabah, peluang masa sibuk (ρ) = 0.9042 menit per nasabah, ekspektasi dalam sistem (L_s) = 9.44 menit per nasabah, ekspektasi panjang antrian (L_q) = 8.5528 menit per nasabah, ekspektasi waktu menunggu dalam sistem (W_s) = 16 menit per nasabah, ekspektasi waktu menunggu dalam antrian (W_q) = 14.4963 menit per nasabah, ekspektasi waktu pelayanan (W_t) = 1.5325 menit per nasabah.

Berdasarkan hasil ukuran kinerja sistem antrian pada Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk kantor layanan Cerenti di atas, *teller* sangat sibuk melayani nasabah, kemudian waktu menunggu nasabah cukup lama. Jadi kinerja sistem antrian harus diperbaiki yaitu menambah karyawan pada fasilitas *teller* dan loket antrian.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab IV, diperoleh hasil penelitian yaitu:

- a. Model antrian yang diperoleh yaitu $(M/M/2) : (FIFO/\sim/\sim)$, yang berarti tingkat kedatangan berdistribusi Poisson, waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, jumlah saluran dalam sistem ganda, jumlah satuan pelayanan waktu adalah *first in first out*, jumlah nasabah yang boleh masuk tidak berhingga dalam sistem antrian dan ukuran populasi pada sumber masukan yaitu tidak berhingga.
- b. Hasil analisis data pada waktu kedatangan nasabah dan waktu pelayanan pada *teller* A diperoleh nilai sebagai berikut :

Tabel 5.1 Hasil Analisis Kinerja Sistem Antrian pada Teller A di PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk

Kinerja Sistem Antrian	Hasil Analisis
Ekspektasi kecepatan kedatangan	0.295 menit per nasabah
Ekspektasi kecepatan pelayanan	0.3249 menit per nasabah
Peluang masa sibuk	0.9079 menit per nasabah
Ekspektasi dalam sistem	9.8662 menit per nasabah
Ekspektasi panjang antrian	8.9556 menit per nasabah
Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem	30.44 menit per nasabah
Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian	30.36 menit per nasabah
Ekspektasi waktu pelayanan	3.0778 menit per nasabah

- c. Hasil analisis data pada waktu kedatangan nasabah dan waktu pelayanan pada *teller* B diperoleh nilai sebagai berikut :

Tabel 5.2 Hasil Analisis Kinerja Sistem Antrian pada Teller B di PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk

Kinerja Sistem Antrian	Hasil Analisis
Ekspektasi kecepatan kedatangan	0.295 menit per nasabah
Ekspektasi kecepatan pelayanan	0.3276 menit per nasabah
Peluang masa sibuk	0.9004 menit per nasabah

Ekspektasi dalam sistem	9.049 menit per nasabah
Ekspektasi panjang antrian	8.1462 menit per nasabah
Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem	33.67 menit per nasabah
Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian	27.70 menit per nasabah
Ekspektasi waktu pelayanan	3.0525 menit per nasabah

- d. Hasil analisis data pada waktu kedatangan nasabah dan waktu pelayanan diperoleh nilai sebagai berikut :

Tabel 5.3 Hasil Analisis Kinerja Sistem Antrian pada PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti

Kinerja Sistem Antrian	Hasil Analisis
Ekspektasi kecepatan kedatangan	0.295 menit per nasabah
Ekspektasi kecepatan pelayanan	0.6525 menit per nasabah
Peluang masa sibuk	0.9042 menit per nasabah
Ekspektasi dalam sistem	9.44 menit per nasabah
Ekspektasi panjang antrian	8.5528 menit per nasabah
Ekspektasi waktu menunggu dalam sistem	16 menit per nasabah
Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian	14.4963 menit per nasabah
Ekspektasi waktu pelayanan	1.5325 menit per nasabah

5.2 Saran

Tugas akhir ini, penulis menggunakan jalur ganda untuk sistem antrian di PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Kantor Layanan Cerenti, diharapkan bagi pembaca yang berminat dapat menggunakan jalur tunggal pada sistem antrian yang lainnya. Tingkat kedatangan nasabah dan kecepatan pelayanan untuk selalu di analisa, sehingga dapat ditentukan kebijakan untuk mengantisipasi antrian yang terjadi demi memberikan pelayanan yang terbaik bagi nasabah. Untuk pelayanan kedatangan nasabah sebaiknya ditambah karyawan serta ditambah beberapa *teller* sehingga nasabah tidak terlalu lama untuk menunggu dan antrian pun tidak menumpuk.